*Учитель математики МБОУ «СОШ с. Кубанка»*

*Переволоцкого района Оренбургской области,*

*Прокофьева Н.А.*

**Практическое занятие по теме «Текстовые задачи».**

Любая текстовая задача состоит из двух частей: условия и требования (вопроса). В условии соблюдаются сведения об объектах и некоторых величинах, характеризующих данные объекта, об известных и неизвестных значениях этих величин, об отношениях между ними. Требования задачи - это указание того, что нужно найти. Оно может быть выражено предложением в повелительной или вопросительной форме. В наше время существует огромное множество задач, но из них выделяют три основных типа: задачи на движение, процентное содержание и на работу.

Как правильно решать текстовые задачи? Что бы правильно и быстро решить задачу, необходимо для себя выделить три этапа решения.

**Три основных этапа успешного решения текстовых задач**

**Первый этап:** моделирование ситуации, описанной в условии задачи. Итак, вы прочитали текст задачи. Не торопитесь сразу ее решать. Во-первых, запишите подробно условие. Если перед вами задача на движение, в которой, например, фигурирует автомобиль и велосипед, то напишите сначала подзаголовок «Велосипед», затем - обязательно в столбик, не в строчку - запишите основные параметры движения: vtS(то есть скорость, время и путь). После этого запишите следующий пункт - то, что касается автомобиля, и опять перечислите скорость, время и путь. Этот этап решения, на котором записывается краткое условие, является самым важным этапом, поэтому основная масса времени должна уходить именно на него. Нужно перевести все словесные данные на математический язык, и в этом деле самое главное - не экономить бумагу! При выборе неизвестных, необходимо, чтобы неизвестных было как можно меньше.

**Второй этап:** составление и решение уравнения. До составления уравнения, приводим (если надо) все величины задачи к единым единицам измерения. Если краткое условие записано грамотно и понятно, то составить уравнение очень легко, нужно только понять, что требуется - сложить некоторые величины (выраженные через х или другие неизвестные), чтобы получить данную в тексте суммарную величину или вычесть из одной величину другую, если в тексте дана разница между ними. Результатом решения уравнения является нахождение неизвестной или нескольких неизвестных. Далее выполните отбор корней.

**Третий этап:** составление ответа. Некоторые ученики пишут, не думая, в ответ то число, которое они нашли в процессе решения уравнения, но это не всегда правильно. Иногда требуется провести дополнительные расчеты, чтобы получить именно то, о чем спрашивается в задаче.

При правильном и последовательном выполнении этих трех пунктов решение текстовой задачи становится чисто механической работой, для выполнения которой не нужно по сто раз перечитывать текст задачи, надеясь получить неожиданное творческое озарение.

Существуют различные **виды текстовых задач.** Умение их различать помогает правильно сориентироваться в выборе более эффективного способа ее решения. Чаще всего встречаются:

* задачи на движение ( встречное движение, движение в одном направлении, движение по реке и др);
* задачи на работу;
* задачи на смеси, сплавы, концентрацию;
* задачи на проценты.

**Классификация текстовых задач по способу решения:**

* арифметический способ (решение текстовой задачи с помощью чисел и знаков арифметических действий сложения, вычитания, умножения и деления, т. е. с помощью нескольких действий над числами, связанными между собой);
* алгебраический способ (решение с помощью введения переменных и составления соответствующего уравнения или неравенства, или системы уравнений или неравенств);
* геометрический способ (решение задачи путем построения геометрических фигур и использования их свойств);
* графический способ (решение текстовой задачи с помощью графиков в прямоугольной системе координат);
* схематический способ (решение задачи с помощью схем).

Большинство экзаменационных задач могут быть решены при помощи следующего алгоритма:

* обозначаем неизвестную величину буквой х, выясняем область ее определения;
* составляем таблицу;
* заполняем два столбца таблицы, вписывая в них х и данные задачи;
* заполняем оставшийся «ключевой» столбец по формулам;
* составляем уравнение на данные ключевого столбца таблицы;
* решаем полученное уравнение на области определения х, и находим неизвестную.

**Абсолютное большинство задач решается составлением рационального уравнения, сводимого к квадратному.** Некоторые задания допускают не только алгебраическое решение, связанное с составлением уравнения, но и арифметическое, без использования переменных. При подготовке к экзаменам полезно решать задачи обоими возможными способами.

**Например.**

**Задание.** Из одной точки круговой трассы, длина которой равна **14** км, одновременно в одном направлении стартовали два автомобиля. Скорость первого автомобиля равна **80** км/ч, и через **40** минут после старта он опережал второй автомобиль на один круг. Найдите скорость второго автомобиля. Ответ дайте в км/ч.

1. **способ -** алгебраическое решение. Пусть неизвестная скорость второго автомобиля равна х км/ч. По условию, первый автомобиль догонит второй через 40 минут, что составляет 2/3 часа. Тогда имеем: 14/(80-х)=2/3, 160-2х = 42, 2х=118, х=59 км/ч.
2. **способ -**арифметическое решение. Первый автомобиль обгонит второй на полный круг за 40 минут, значит, он за 2/3 часа он проходит на 14 км больше. Следовательно, скорость сближения автомобилей равна 14: (2/3) - 21 км/ч. Поэтому скорость второго автомобиля на 21 км в час меньше скорости первого автомобиля. Тем самым, она равна 80-21 =59 км/ч. Ответ: 59.

**Задание.** Двое рабочих, работая вместе, могут выполнить работу за 12 дней. За сколько дней, работая отдельно, выполнит эту работу первый рабочий, если он за два дня выполняет такую же часть работы, какую второй — за три дня?

**1 способ.**Алгебраическое решение. Пусть первый рабочий, работая отдельно, выполнит всю работу за х дней, х > 0. Работая вместе, рабочие выполняют всю работу за 12 дней, поэтому за один день они выполняют 1/12 всей работы. Отсюда имеем: 1 /х+2/Зх= 1 /12, 5/Зх=1/12, 3x=60, x=20. Таким образом, работая один, первый рабочий выполнит всю работу за 20 дней.

1. **способ.** Арифметическое решение. Производительности рабочих относятся как 3:2, значит, на долю первого рабочего приходится 0,6 работы. Поэтому в день он выполняет 3/5\*1/12=1/20 работы, а всю работу выполнит за 20 дней.

Задачи на движение по прямой.

Рассмотрим методы решения задач на движение.

Данные задачи решаются по формуле: S= v\* t, где S- расстояние, v- скорость, at- время.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | Скорость | Время | Расстояние |
|  |  |  |  |
|  |  |  |  |

1. Из пункта А в пункт В одновременно выехали два автомобиля. Первый проехал с постоянной скоростью весь путь. Второй проехал первую половину пути со скоростью, меньшей скорости первого на 13 км/ч, а вторую половину пути - со скоростью 78 км/ч, в результате чего прибыл в пункт В одновременно с первым автомобилем. Найдите скорость первого автомобиля, если известно, что она больше 48 км/ч. Ответ дайте в км/ч.

**Решение:** Пусть х км/ч – скорость первого автомобиля, тогда скорость второго автомобиля на первой половине пути равна (х-13) км/ч. Примем расстояние между пунктами за 2.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | Скорость, км/ч | Время, ч | Расстояние, км |
| 1 автомобиль | х | 2/х | 2 |
| 2 автомобиль | х-13 | 1/(х-13) | 1 |
| 78 | 1/78 | 1 |

Автомобили были в пути одно и то же время, отсюда имеем: 2/х=1/(х-13) + 1/78, х>48 км/ч.

$\frac{2}{х}$ - $\frac{1}{х-13}$=$\frac{1}{78}$, $\frac{2х-26-х}{х\*(х-13)}$=$\frac{1}{78}$, х2-13х=78х-26\*78, х2-91+26\*78=0

х1=53, х2=39. Т.к. х>48 км/ч, то скорость первого автомобиля была равна 52км/ч.

Ответ: 52.

1. По двум параллельным железнодорожным путям в одном направлении следуют пассажирский и товарный поезда, скорости которых равны соответственно 90 км/ч и 30 км/ч. Длина товарного поезда равна 600 метрам. Найдите длину пассажирского поезда, если время, за которое он прошел мимо товарного поезда, равно 1 минуте. Ответ дайте в метрах.

 Решение. Скорость сближения поездов 90-30=60 км/ч=$\frac{60\*1000}{60\*60}$ м/с=$\frac{50}{3}$ м/с

Пусть длина пассажирского поезда равна х метров. За 60 секунд один поезд проходит мимо другого, то есть преодолевает расстояние (х+600) метров. Тогда:

х+600= $\frac{50}{3}$\*60, х+600=1000, х=400.

Поэтому длина пассажирского поезда 400 м.

Ответ: 400.

1. Первый велосипедист выехал из поселка по шоссе со скоростью 15 км/ч. Через час после него со скоростью 10 км/ч из того же поселка в том же направлении выехал второй велосипедист, а еще через час после этого – третий. Найдите скорость третьего велосипедиста, если сначала он догнал второго, а через 2 часа 20 минут после этого догнал первого. Ответ дайте в км/ч.

Решение. Пусть х км/ч – скорость третьего велосипедиста, а у ч. – время движения третьего велосипедиста до второго, тогда (у+2$\frac{1}{3}$) ч. время движения третьего велосипедиста до первого.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | Скорость, км/ч | Время, ч | Расстояние, км |
| 1 велосипедист | 15 |  |  |
| 2 велосипедист | 10 | у+1 | 10(у+1) |
| 3 велосипедист | х | у | ху |

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | Скорость, км/ч | Время, ч | Расстояние, км |
| 1 велосипедист | 15 | у+13/3 | 15(у+13/3) |
| 2 велосипедист | 10 |  |  |
| 3 велосипедист | х | у+7/3 | х(у+7/3) |

Расстояние до встречи третьего велосипедиста с первым и вторым равны. Значит:

ху=10у+10 и ху=15у+65 - $\frac{7}{3}$х, х>15 км/ч.

5у= $\frac{7}{3}$х – 55, у=$\frac{7}{15}$х – 11, $\frac{7}{15}$х2 – 11х= $\frac{14}{3}$х – 110 +10, 7х2-47\*5х+1500=0

Д=472\*25-4\*7\*1500=25(472-1680)=25(2209-1680)=25\*529, (5\*23=115).

х=(235-115)/14=60/7; х=(235+115)/14=25.

Т.к. х>15 км/ч, то скорость третьего велосипедиста 25км/ч.

Ответ: 25.

Задачи на движение по окружности

1. Два мотоциклиста стартуют одновременно в одном направлении из двух диаметрально противоположных точек круговой трассы, длина которой равна 14 км. Через сколько минут мотоциклисты поравняются в первый раз, если скорость одного из них на 21 км/ч больше скорости другого?

**Решение:** Пусть х км/ч – скорость первого мотоциклиста, тогда скорость второго мотоциклиста (х+21) км/ч. Пусть первый мотоциклист поравняется со вторым через у часов.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | Скорость, км/ч | Время, ч | Расстояние, км |
| 1 автомобиль | х | у | ху |
| 2 автомобиль | х+21 | у | ху+21у |

Для того, чтобы мотоциклисты поравнялись, более быстрый должен преодолеть изначально разделяющее их расстояние, равное половине длины трассы. Поэтому ху+21у – ху=7, 21у=7, у=1/3 часа.

Значит мотоциклисты поравняются через 20 минут.

Ответ: 20.

1. Два гонщика участвуют в гонках. Им предстоит проехать 60 кругов по кольцевой трассе протяжённостью 3 км. Оба гонщика стартовали одновременно, а на финиш первый пришёл раньше второго на 10 минут. Чему равнялась средняя скорость второго гонщика, если известно, что первый гонщик в первый раз обогнал второго на круг через 15 минут?

**Решение:** Первый обогнал второго на 3 км за четверть часа, это значит, что скорость сближения гонщиков равна 12 км/ч. Им предстоит проехать 60 кругов протяжённостью 3 км, т. е. 180 км.

Пусть х второго км/ч – скорость гонщика (х>0), тогда скорость первого гонщика (х+12) км/ч.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | Скорость, км/ч | Время, ч | Расстояние, км |
| 1 гонщик | х+12 | 180/(х+12) | 180 |
| 2 гонщик | х | 180/х | 180 |

Первый пришёл раньше второго на 10 минут=1/6 часа.

Составим и решим уравнение:





Т.к. х>0 км/ч, то скорость второго гонщика 108 км/ч.

Ответ: 108.

Задачи на движение по воде

1. Теплоход проходит по течению реки до пункта назначения 255 км и после сто­янки возвращается в пункт отправления. Найдите скорость теплохода в неподвижной воде, если скорость течения равна 1 км/ч, стоянка длится 2 часа, а в пункт отправления теплоход возвращается через 34 часа после отплытия из него. Ответ дайте в км/ч.

 **Решение:** Пусть х км/ч – собственная скорость теплохода (х> 1), тогда скорость теплохода по течению равна (х+1) км/ч, а скорость теплохода против течения равна (х-1) км/ч.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | Скорость, км/ч | Время, ч | Расстояние, км |
| По течению | х+1 | 255/(х+1) | 255 |
| Против течения | х-1 | 255/(х-1) | 255 |

Составим и решим уравнение:

$\frac{255}{х+1}$ + $\frac{255}{х-1}$ = 34-2, $\frac{255х-255+255х+255}{х^{2}-1}$=32, 510х=32х2 – 32, 16х2 -255х-16=0

Решим уравнение способом «переброски»: 16х2 -255х-16=0 (с\*а), у2 -255у-256=0, у1=256 и у2=-1, тогда х1=256/16=16 (у1/а) и х2 = -1/16

Т.к. х>1 км/ч, то собственная скорость теплохода 16 км/ч.

Ответ: 16.

1. Расстояние между пристанями А и В равно 120 км. Из А в В по течению реки отправился плот, а через час вслед за ним отправилась яхта, которая, прибыв в пункт В, тотчас повернула обратно и возвратилась в А. К этому времени плот прошел 24 км. Найдите скорость яхты в неподвижной воде, если скорость течения реки равна 2 км/ч. Ответ дайте в км/ч.

**Решение:** Пусть х км/ч – собственная скорость яхты (х> 2), тогда скорость яхты по течению равна (х+2) км/ч, а скорость яхты против течения равна (х-2) км/ч.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | Скорость, км/ч | Время, ч | Расстояние, км |
| По течению | х+2 | 120/(х+2) | 120 |
| Против течения | х-2 | 120/(х-2) | 120 |
| плот | 2 | 12 | 24 |

Составим и решим уравнение:

$\frac{120}{х+2}$ + $\frac{120}{х-2}$ +1= 12, $\frac{120х-240+120х+240 }{х^{2}-4}$=11, 11х2 -240х-44=0

Решим уравнение способом «переброски»: у2 -240у-484=0, у1=242 и у2=-2, тогда х1=242/11=22 и х2 = -2/11

Т.к. х>2 км/ч, то собственная скорость яхты 22 км/ч.

Ответ: 22.

Задачи на совместную работу

Решения задач на работу также сводятся к единственной формуле: А = р \* t, где А - работа, р -производительность, at- время. Если объём работы в задаче не важен, то его следует принять за 1. Если вработе участвуют несколько рабочих, то их производительности складываются.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | Производительность | Время | Работа |
|  |  |  |  |
|  |  |  |  |

1. Игорь и Паша красят забор за 9 часов. Паша и Володя красят этот же забор за 12 часов, а Володя и Игорь - за 18 часов. За сколько часов мальчики покрасят забор, работая втроем?

Решение: За один час Игорь и Паша красят 1/9 забора, Паша и Володя красят 1/12 забора, а Володя и Игорь — 1/18 забора. Работая вместе, за один час два Игоря, Паши и Володи покрасили бы: 1/9+1/12+1/18=9/36=1/4 забора. 1:1/4=4часа.

Поскольку каждый из мальчиков был учтен два раза, то Игорь, Паша и Володя могут покрасить забор за 8 часов.

Ответ: 8.

1. Плиточник должен уложить 175 м2 плитки. Если он будет укладывать на 10 м2 в день больше, чем должен, то закончит работу на 2 дня раньше. Сколько квадратных метров плитки в день должен укладывать плиточник?

Решение: Пусть плиточник должен был укладывать  м2 плитки в течение у дней.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | Производительность | Время | Работа |
|  | х | 175/х | 175 |
|  | х+10 | 175/(х+10) | 175 |

Составим и решим уравнение: х>0, у>0

$\frac{175}{х}$ - $\frac{175}{х+10}$ = 2, $\frac{175х+1750 -175х }{х(х+10)}$=2, 2х2 + 20х-1750=0, х2 + 10х-875=0

Д=100+4\*875=100(1+35)=100\*36, 10\*6=60

х1=50/2=25 и х2 = -70/2.

Т.к. х>0, то плиточник должен был укладывать 25 м2 плитки.

Ответ: 25.

Задачи на проценты, сплавы и смеси

**Массовой концентрацией** вещества в смеси называется отношение массы этого вещества к общей массе: K=mb/M, mb=K\*M, M=mb/K

**Массовым процентным** содержанием вещества в данной смеси называется величина Рb=(K\*100)%.

Если смесь массы М состоит из веществ А и В ( имеющие массы соответственно mA и mB), то имеют место следующие равенства: КА=mА/М= mА/(mА +mB) Kв=mв/М= mв/(mА +mв)

KА+KВ=1 РА + РB = 100 %

**Объемные концентрации** веществ в смеси определяются такими же формулами, как и массовые концентрации.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | Общая масса (г.) | Масса чистого вещества (г.) | Концентрация |
| Первый раствор |  |  |  |
| Второй раствор |  |  |  |
| Новый раствор |  |  |  |

1. В понедельник акции компании подорожали на некоторое количество процентов, а во вторник подешевели на то же самое количество процентов. В результате они стали стоить на 4% дешевле, чем при открытии торгов в понедельник. На сколько процентов подорожали акции компании в понедельник?

Решение: Пусть первоначальная стоимость акций равна 1, в понедельник акции компании подорожали на а процентов (а>0), тогда их стоимость составила 1\*(1+а/100). Во вторник акции подешевели на то же самое количество процентов, то их стоимость составила 1\*(1+а/100) (1-а/100). В результате они стали стоить на 4% дешевле, чем при открытии торгов в понедельник, т.е. 0,96\*1=0,96.

1\*(1+а/100) (1-а/100)=0,96; 1-$(\frac{а}{100})^{2}$=0,96; $(\frac{а}{100})^{2}$=0,04; $\frac{а}{100}$=0,2 или $\frac{а}{100}$= - 0,2.

Т.к. а>0, то а= 20 %.

Ответ: 20.

1. Смешали некоторое количество 15-процентного раствора некоторого вещества с таким же количеством 19-процентного раствора этого вещества. Сколько процентов составляет концентрация получившегося раствора?

Решение. Пусть смешали 1 некоторого вещества и 1 второго вещества.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | Общая масса | Масса чистого вещества | Концентрация |
| Первый раствор | 1 | 0,15 | 15 |
| Второй раствор | 1 | 0,19 | 19 |
| Новый раствор | 2 | 0,34 |  |

0,34\*100/2=17 %.

17 % составляет концентрация получившегося раствора.

Ответ: 17.

1. Имеются два сосуда. Первый содержит 30 кг, а второй – 20 кг раствора кислоты различной концентрации. Если эти растворы смешать, то получится раствор, содержащий 68% кислоты. Если же смешать равные массы этих растворов, то получится раствор, содержащий 70% кислоты. Сколько килограммов кислоты содержится в первом сосуде?

Решение. Пусть х концентрация кислоты содержащейся в первом сосуде, а во втором у %.

х>0, у>0

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | Общая масса, кг | Масса чистого вещества, кг | Концентрация |
| Первый раствор | 30 | 0,3х | х |
| Второй раствор | 20 | 0,2у | у |
| Новый раствор | 50 | 50\*0,68=34 | 68 |

0,3х+0,2у=34, 3х+2у=340

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | Общая масса, кг | Масса чистого вещества, кг | Концентрация |
| Первый раствор | 20 | 0,2х | х |
| Второй раствор | 20 | 0,2у | у |
| Новый раствор | 40 | 40\*0,7=28 | 70 |

0,2х+0,2у=280, 2х+2у=280, х+у=140, х=140-у.

Тогда: 420-3у+2у=340, у=80, а х=60.

60\*0,3=18 кг. кислоты содержится в первом сосуде.

Ответ: 18.